

"Затверджую"

01.03.2016 р.

Ректор

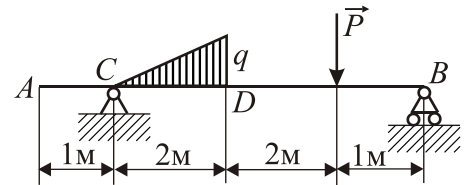
проф. В. П. Мельник

№ особової справи \_\_\_\_\_ Варіант \_\_\_\_\_

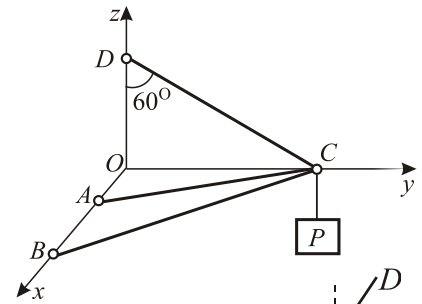
НАПРЯМ "МЕХАНІКА"

**Вказівки:** Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається. За кожну правильну відповідь на завдання студент отримує 2 бали.

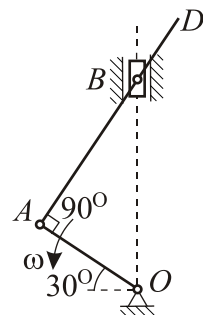
1. (.....). На горизонтальну балку  $AB$  діє сила  $P = 4\text{ Н}$ ; на ділянці  $CD$  інтенсивність навантаження змінюється за лінійним законом, причому  $q = 3\text{ Н/м}$ . Визначити у ньютонах модуль реакції опори у точці  $B$ .



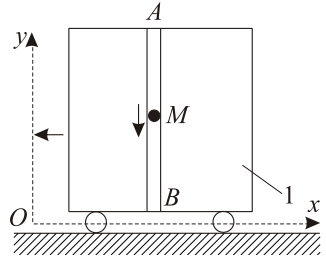
2. (.....). Тягарець вагою  $P = 300\text{ Н}$  утримується трьома прямолінійними невагомими стрижнями. Визначити у ньютонах величину зусилля в стрижні  $DC$ , якщо  $\angle ODC = 60^\circ$ ,  $\angle OAC = 60^\circ$ ,  $\angle OBC = 30^\circ$ .



3. (.....). Задане рівняння руху точки в полярних координатах  $\varphi = 0,5t^2$  у радіанах,  $r = 0,5t$  у метрах. Визначить трансверсальну складову швидкості точки у м/с у момент часу, коли полярний радіус  $r = 2\text{ м}$ .



4. (.....). Визначити величину швидкості точки  $A$  у зображеній конфігурації механізму, якщо швидкість точки  $B$  дорівнює  $4\sqrt{3}\text{ м/с}$ ,  $AB = 2\text{ м}$  (результат вказати у м/с).



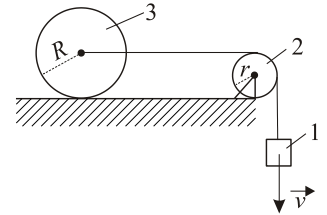
5. (.....). Тіло 1 рухається у від'ємному напрямку осі  $Ox$  зі сталою швидкістю  $3\text{ м/с}$ . Точка  $M$  рухається від точки  $A$  до точки  $B$  зі сталою швидкістю  $4\text{ м/с}$ . Визначити величину абсолютної швидкості точки  $M$  (результат вказати у м/с).

6. (.....). Брусок масою  $m = 2\text{ кг}$  штовхнули зі швидкістю  $v_0 = 117,6\sqrt{2}\text{ м/с}$  догори по похилій шорсткій поверхні, що нахилена під кутом  $45^\circ$  до горизонталі. Обчисліть час  $T$  у секундах, протягом якого тіло рухалося до зупинки, якщо коефіцієнт тертя  $f = 0,2$ ;  $g = 9,8\text{ м/с}^2$ .

7. (.....). Диференціальне рівняння коливного руху матеріальної точки масою  $m = 3 \text{ кг}$  має вигляд  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 30x = 15 \sin 8t$ . Визначить у ньютонках максимальне значення вимушуючої сили.

8. (.....). Тіло зі стану спокою починає обертатися навколо нерухомої вертикальної осі під дією моменту  $M = 20t \text{ Н}\cdot\text{м}$  ( $t$  – час в секундах). Момент інерції тіла відносно осі обертання дорівнює  $5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Обчислити кутову швидкість тіла в момент часу  $2 \text{ с}$  (результат вказати у рад/с).

9. (.....). Система складається з колеса 3 радіуса  $R = 0,2 \text{ м}$ , шківів 2 радіуса  $r = 0,5R$ , який може обертатися навколо нерухомого центру, та вантажу 1, який опускається зі швидкістю  $v = 2 \text{ м/с}$ . Маса тіл відповідно дорівнюють  $m_1 = 1 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 4 \text{ кг}$ . Тіла 2 та 3 вважати однорідними дисками. Визначити кінетичну енергію тіла 3 у  $\text{Н}\cdot\text{м}$ .



10. (.....). Для механічної системи з двома узагальненими координатами  $\varphi$  та  $s$  кінетична та потенціальна енергії відповідно дорівнюють  $T = 0,7\dot{\varphi}^2 + 0,5\dot{s}^2 + 0,5s\dot{\varphi}^2$ ,  $V = -10(1 + s \cos \varphi)$ , де  $s$  вимірюється в метрах,  $\varphi$  – в радіанах, час  $t$  – в секундах. Визначить в  $\text{м/с}^2$  прискорення  $\ddot{s}$  у момент часу, коли  $\varphi = 0$ ,  $\dot{\varphi} = 0$ .

11. (.....). Компоненти вектора переміщень у пружному середовищі задані формулами

$$u = \frac{0,001x}{x^2 + y^2 + z^2}; v = \frac{0,001y}{x^2 + y^2 + z^2}; w = \frac{0,001z}{x^2 + y^2 + z^2}. \quad \text{Обчислити компоненту тензора}$$

деформацій Коші  $\varepsilon_{13}$  у точці  $x = 1, y = 0, z = 1$ .

12. (.....). Для тензора малих деформацій  $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0,0005 & 0,0002 \\ 0,0005 & -0,05 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,007 \end{pmatrix}$  обчислити

$\theta \cdot 10^4$ , де  $\theta$  – об'ємне розширення.

13. (.....). Для тензора деформацій Коші  $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0,0001 & -0,0002 \\ 0,0001 & 0,005 & -0,01 \\ -0,0002 & -0,01 & 0,007 \end{pmatrix}$  обчислити

$1,5 \cdot \Gamma^2 \cdot 10^7$ , де  $\Gamma$  – інтенсивність деформації зсуву.

14. (.....). За тензором деформацій Коші  $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,001 & 0,00015 & 0,0002 \\ 0,00015 & 0,005 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,0007 \end{pmatrix}$  обчислити

компоненту  $\varepsilon_{23}$  у системі координат, повернутій відносно осі  $x_3$  на кут  $\alpha = \pi/3$ .

15. (.....). Обчислити компоненту тензора напружень  $\sigma_{22}$ , якщо сталі Ляме

$$\text{дорівнюють } \lambda = 20 \text{ ГПа}, \mu = 15 \text{ ГПа} \text{ і тензор деформацій } \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,001 & 0,00015 & 0,0002 \\ 0,00015 & 0,005 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,0007 \end{pmatrix}.$$

16. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$  обчислити середнє напруження.

17. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$  обчислити першу компоненту вектора напружень на площадці з нормаллю  $\vec{N}(0,5; 0,5; 0,25)$ .

18. (.....). Для тензора напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 150 & 500 & 800 \\ 500 & 300 & -700 \\ 800 & -700 & 150 \end{pmatrix}$  обчислити  $3\sigma_N$ , де  $\sigma_N$  – нормальне напруження на рівнонахилений до осей координат площадці.

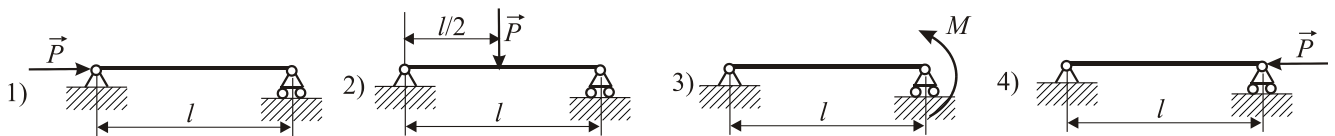
19. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 300 \\ 0 & 300 & 400 \end{pmatrix}$  обчислити найбільше головне напруження.

20. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 300 \\ 0 & 300 & 400 \end{pmatrix}$  знайти середнє (за модулем) головне дотичне напруження.

21. (.....). Закон Гука за чистого зсуву має вигляд:

$$1). \tau = \frac{G}{\gamma}; \quad 2). \tau = G\gamma; \quad 3). G = \tau\gamma; \quad 4). \gamma = \frac{G}{\tau}.$$

22. (.....). Задача Ейлера зображена на рисунку з номером



23. (.....). Рівняння трьох моментів для нерозрізної балки сталої жорсткості на згин має вигляд:

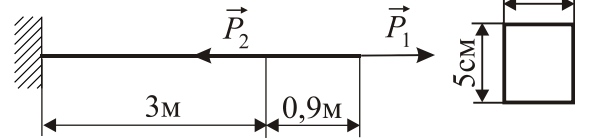
$$1). M_{n-1}l_{n-1} + 2M_n l_n + l_{n+1} + M_{n+1}l_{n+1} = -6 \left( \Omega_n \frac{a_n}{l_n} + \Omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right);$$

$$2). 2M_{n-1}l_{n-1} + M_n l_n + l_{n+1} + 2M_{n+1}l_{n+1} = 6 \left( \Omega_n \frac{a_n}{l_n} + \Omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right);$$

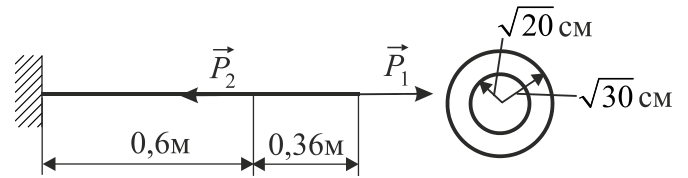
$$3). M_{n-1}l_n + 2M_n l_n + l_{n+1} + M_{n+1}l_{n+1} = -6 \left( \Omega_n \frac{a_n}{l_n} + \Omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right);$$

$$4). M_{n-1}l_n - 2M_n l_n + l_{n+1} + M_{n+1}l_{n+1} = 6 \left( \Omega_n \frac{a_n}{l_n} + \Omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

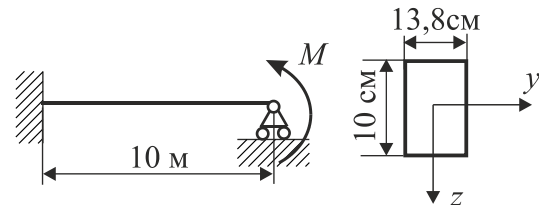
24. (.....). На стрижень прямокутного поперечного перерізу висоти 5 см і ширини 4 см діють сили  $P_1=3$  кН,  $P_2=3,6$  кН. Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений стрижень –  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).



25. (.....). На пустотілий стрижень круглого поперечного перерізу з зовнішнім радіусом  $\sqrt{30}$  см і внутрішнім  $\sqrt{20}$  см діють сили  $P_1=6\pi$  кН,  $P_2=14,4\pi$  кН. Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений стрижень –  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).



26. На зображену на рисунку балку прямокутного поперечного перерізу діє згинальний момент  $M=42,596$  кН·м при довжині балки 10 м і модулі пружності матеріалу, з якого виготовлена балка,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа.



- а). (.....). Обчислити осьовий момент опору відносно осі  $Oy$  (відповідь подати у  $\text{см}^3$ ).
- б). (.....). Обчислити осьовий момент інерції поперечного перерізу відносно осі  $Oy$  (відповідь подати у  $\text{см}^4$ ).
- в). (.....). Обчислити згинальний момент у затисненні (відповідь подати у кН·м).
- г). (.....). Обчислити максимальні напруження у затисненні (відповідь подати у МПа).
- д). (.....). Обчислити величину кута повороту поперечного перерізу у шарнірній опорі (відповідь вказати у радіанах).

Декан факультету

М. М. Зарічний